

УДК 699.841

DOI [10.37153/2618-9283-2022-3-20-30](https://doi.org/10.37153/2618-9283-2022-3-20-30)

Теоретические и экспериментальные исследования

Учет «грунтового» демпфера в методе модальной суперпозиции при динамическом расчете строительных конструкций АЭС

Коротков В.А.¹, Кузьминов А.В.², Родин П.А.³

^{1,2,3} ФБУ «Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности».
Москва, Российская Федерация

Аннотация: В статье представлен неклассический метод модальной суперпозиции для расчета строительных конструкций АЭС с учетом пружин и демпферов, моделирующих грунт. Дано описание метода, позволяющего достоверно учитывать «грунтовой» демпфер, что позволяет существенно уточнить результаты динамического анализа. Метод прошел аттестацию в Ростехнадзоре и может быть рекомендован для применения в динамических расчетах различных зданий с учетом грунтового основания.

Ключевые слова: классический и неклассический методы модальной суперпозиции, эффекты взаимодействия сооружения с грунтовым основанием, «грунтовой» демпфер, спроектированная на базисе собственных векторов матрица демпфирования, SIM-архитектура, модальное композитное затухание

Для цитирования: Коротков В.А., Кузьминов А.В., Родин П.А. Учет «грунтового» демпфера в методе модальной суперпозиции при динамическом расчете строительных конструкций АЭС // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2022. №3. С. 20–30

DOI [10.37153/2618-9283-2022-3-20-30](https://doi.org/10.37153/2618-9283-2022-3-20-30)

Theoretical and experimental studies

Consideration of the "soil" damper in the modal superposition method during dynamic analysis of NPP civil structures

Korotkov V.A.¹, Kuzminov A.V.², Rodin P.A.³

^{1,2,3} Scientific and Engineering Centre for Nuclear and Radiation Safety.
Moscow, Russian Federation

Abstract: This article presents a non-classical method of modal superposition for analysis of NPP building structures, taking into account springs and dampers that simulate soil. A description is given of a method that makes it possible to reliably take into account the "ground" damper, which makes it possible to significantly refine the results of dynamic analysis. The method has been certified by Rostekhnadzor and can be recommended for use in dynamic analysis of various buildings, with soil base.

@ В.А. Коротков, А.В. Кузьминов, П.А. Родин, 2022

Keywords: classical and non-classical modal methods, soil structure interaction effects, "soil" dashpot, projected on the eigenvector basis damping matrix, SIM-architecture, modal composite damping

For citation: Korotkov V.A., Kuzminov A.V., Rodin P.A. Consideration of the "soil" damper in the modal superposition method during dynamic analysis of NPP civil structures. [*Earthquake engineering. Constructions safety.*] 2022, no.3, pp. 20–30

DOI [10.37153/2618-9283-2022-3-20-30](https://doi.org/10.37153/2618-9283-2022-3-20-30)

Одним из приемлемых методов динамического расчета строительных конструкций АЭС является метод модальной суперпозиции [1]. Этот метод имеет хорошую апробацию; он применяется в различных научно-технических областях, в том числе и в области расчетов строительных конструкций АЭС. В таких расчетах необходимо учитывать эффекты взаимодействия сооружения с грунтовым основанием, что возможно за счет применения «грунтовых» пружин и демпферов [2]. Однако, классический метод модальной суперпозиции не позволяет достоверно учитывать демпферы, моделирующие отток энергии в грунт при колебаниях сооружения (не позволяет достоверно учитывать волновое затухание), так как для реализации такого метода предполагается, что спроектированная на базисе собственных векторов матрица демпфирования имеет диагональный вид. В тоже время легко проверить, что при наличии хотя бы одного ненулевого элемента (демпера) в глобальной матрице демпфирования, проекция этой матрицы на базисе собственных векторов будет полностью заполненной, и это приводит к существенному влиянию внедиагональных элементов матрицы демпфирования на динамический отклик системы. В связи с этим, по предложению автора статьи к.т.н. В.А. Короткова, в ПО ABAQUS был разработан подход, позволяющий достоверно учитывать «грунтовой» демпфер в методе модальной суперпозиции [3].

В настоящей работе приводятся теоретические соотношения и результаты верификации метода неклассической модальной суперпозиции, реализованного в SIM-архитектуре ПО ABAQUS.

Рассмотрим теоретические соотношения метода. Система уравнений движения сооружения с грунтом имеет вид:

$$[K]U + [C]\dot{U} + [M]\ddot{U} = -[M]\ddot{U}_0, \quad (1)$$

где

$[K]$ – матрица жёсткости;

$[C]$ – матрица демпфирования;

$[M]$ – матрица массы;

U, \dot{U}, \ddot{U} – векторы относительных перемещений, скоростей и ускорений;

\ddot{U}_0 – исходная акселерограмма.

Полные ускорения определяются как:

$$\ddot{U}_i = \ddot{U} + \ddot{U}_0, \quad (2)$$

Решение системы (1) определяется следующим образом:

$$U = \sum_{\beta=1}^L \Phi_{\beta} q_{\beta}, \quad (3)$$

где

L – число учитываемых форм колебаний;

β – номер текущей формы;

Φ_{β} – форма колебаний;

q_{β} – обобщенная координата.

Подставляя (3) в (1), умножая затем левую и правую части уравнений слева на Φ_{β}^T , получим следующую систему несвязанных уравнений для неконсервативного осциллятора:

$$\ddot{q}_{\beta} + 2 \xi_{\beta} \omega_{\beta} \dot{q}_{\beta} + \omega_{\beta}^2 q_{\beta} = (f_t)_{\beta}, \quad (4)$$

где

$(f_t)_{\beta}$ – обобщенная сила.

В (4) учтены следующие условия ортогональности:

$$\Phi_{\alpha}^T K \Phi_{\beta} = \begin{cases} 0, & \alpha \neq \beta \\ \omega_{\beta}^2, & \alpha = \beta \end{cases}, \quad (5)$$

$$\Phi_{\alpha}^T M \Phi_{\beta} = \begin{cases} 0, & \alpha \neq \beta \\ 1, & \alpha = \beta \end{cases}, \quad (6)$$

$$\Phi_{\alpha}^T C \Phi_{\beta} = \begin{cases} 0, & \alpha \neq \beta \\ 2 \xi_{\beta} \omega_{\beta}^2, & \alpha = \beta \end{cases}, \quad (7)$$

где α и β – текущие индексы, которые меняются от 1 до L , ω_{β} – частота собственных колебаний недемпфированной моды β , а ξ_{β} – величина модального композитного затухания. Существует строгое математическое доказательство условий ортогональности для (5) и (6), а для (7) – при разработке классического метода модальной суперпозиции, как уже отмечалось во введении, делается предположение. В противном случае (неклассический метод модальной суперпозиции) спроектированная система уравнений (1) примет вид:

$$\ddot{q}_{\beta} + C_{\beta\alpha} \dot{q}_{\alpha} + \omega_{\beta}^2 q_{\beta} = (f_t)_{\beta}, \quad (8)$$

В (8) матрица $[C_{\beta\alpha}]$ является полностью заполненной, поэтому система уравнений (8) является связанной. Очевидно, что система несвязанных уравнений (4) – это частный случай системы (8). Для решения системы (8) матрица $[C_{\beta\alpha}]$ представляется в виде суперпозиции диагональной и внедиагональной составляющих:

$$C_{\beta\alpha} = C_{diag} + C_{off}, \quad (9)$$

Матрица $[C_{off}]$ представляет внедиагональные члены матрицы волнового затухания, которые не учитываются в классическом методе модальной суперпозиции. Эта матрица переносится в правую часть системы (8) в виде дополнительной нагрузки, и решение производится специальным методом, разработанным в ПО ABAQUS.

Модальные характеристики системы (частоты и формы собственных колебаний, эффективная масса) находятся из предварительно проведенного модального анализа, где для каждого тона колебаний также определяется значение модального композитного затухания по формуле:

$$\beta = \frac{\Phi_{\beta}^T [\tilde{K}] \Phi_{\beta}}{\Phi_{\beta}^T [K] \Phi_{\beta}}, \quad (10)$$

В формуле (10) $[\tilde{K}]$ – модифицированная матрица жёсткости, при формировании которой матрица жёсткости каждого элемента умножается на величину $\xi_{эл}$, т. е. на коэффициент диссипации энергии в этом элементе. Формула (10) имеет важное значение в модальном анализе. Она позволяет определить модальное композитное затухание в системах, разные части которых имеют различное демпфирование в материалах. Данная формула имеет границы применимости. Если величина ξ_{β} превышает 20% хотя бы для одного тона колебаний, то метод неприменим без дополнительного обоснования. Таким образом классический метод модальной суперпозиции сталкивается с определенными проблемами при проведении расчетов сильно задемпфированных систем.

Неклассический метод модальной суперпозиции свободен от подобных ограничений ввиду того, что «грунтовый» демпфер (источник высоких значений затухания) учитывается отдельно от затуханий в материалах и не входит в формулу (10).

Верификация метода проводилась на реалистическом тесте. Рассматривалась установленная на грунте трехуровневая конструкция (этажерка), состоящая из абсолютно жесткой фундаментной плиты, на которую опираются шесть колонн. Колонны служат опорами перекрытий на отметках 5, 10 и 15 м. Расчетная модель этажерки с указанием точек вывода ускорений показана на рисунке 1.

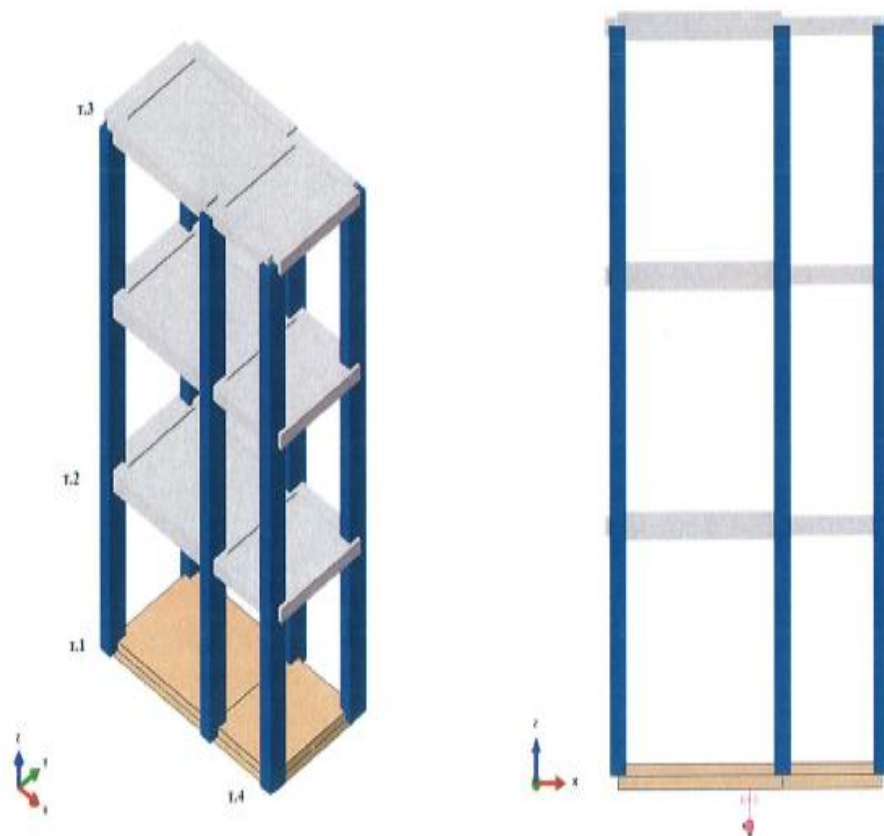


Рисунок 1 – Общий вид модели

Figure 1 – General view of the model

Характеристики бетона: плотность – 2500 кг/м³, модуль Юнга – 3,1·10¹⁰ Па, масса модели 262,3 т, демпфирование в материалах системы 4% от критического значения.

Характеристики грунта: плотность – 2000 кг/м³, скорость поперечных волн – 350 м/с, коэффициент Пуассона – 0,47. Грунт моделировался шестью пружинами и шестью демпферами с эквивалентными жесткостями и затуханиями из ASCE 4-16 [2], присоединенных в геометрическом центре фундаментной плиты толщиной 0,5 м и размерами L=8 м, B=4 м. В таблице 1 представлены эквивалентные жесткости и затухания для такой плиты.

Таблица 1 – Эквивалентные жесткости и затухания для фундаментной плиты

Table 1 – Equivalent stiffness and damping for foundation plate

Эквивалентная жесткость	Эквивалентное затухание	Относительное затухание
$K_x=3,9 \cdot 10^6$ кН/м	$C_x=2,0 \cdot 10^4$ кН·с/м	30%
$K_y=4,5 \cdot 10^6$ кН/м	$C_y=2,4 \cdot 10^4$ кН·с/м	33%
$K_z=5,8 \cdot 10^6$ кН/м	$C_z=4,5 \cdot 10^4$ кН·с/м	54%
$K_{\phi x}=2,6 \cdot 10^7$ кН·м	$C_{\phi x}=3,2 \cdot 10^3$ кН·с·м	0,2%
$K_{\phi y}=7,0 \cdot 10^7$ кН·м	$C_{\phi y}=5,3 \cdot 10^4$ кН·с·м	2%
$K_{\phi z}=5,2 \cdot 10^7$ кН·м	$C_{\phi z}=5,3 \cdot 10^4$ кН·с·м	6,7%

Как видно из таблицы 1, происходит существенный отток энергии в грунт при колебаниях этажерки, особенно высокое затухание происходит при колебаниях в вертикальном направлении (54%).

Исходное сейсмическое воздействие, представляющее собой трехкомпонентную акселерограмму интенсивности 0,12g по шкале MSK-64 представлено на рисунке 2.

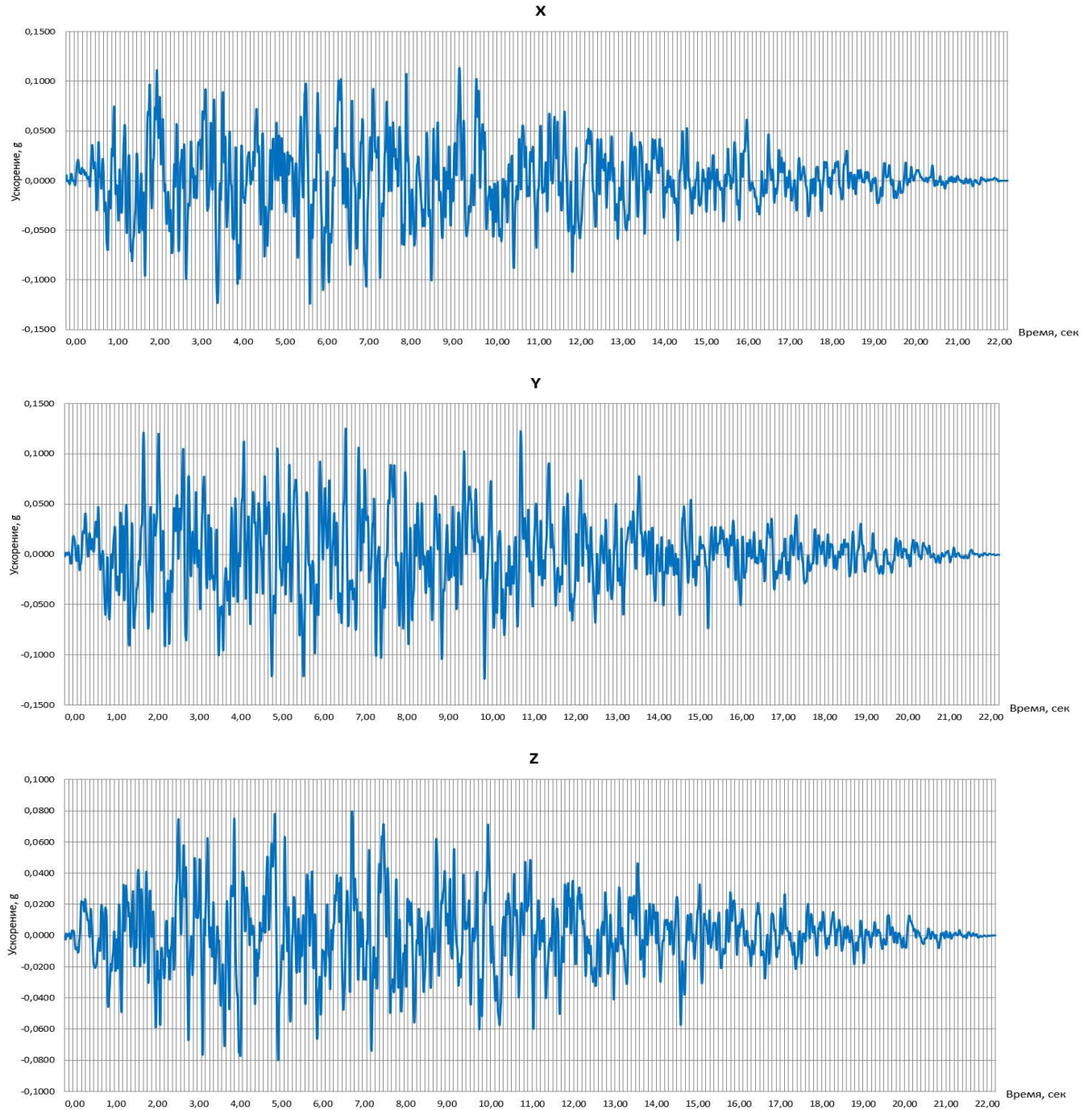


Рисунок 2 – Исходная трехкомпонентная акселерограмма

Figure 2 – Initial three-component accelerogram

На первом шаге анализа проводился расчет модальных характеристик, которые для наиболее значимых тонов колебаний приведены в Таблице 2.

Таблица 2 – Модальные характеристики этажерки

Table 2 – Modal characteristics of frame

№ тона	Частота, рад/сек	Частота, Гц	Эффективная масса, по X, т	Эффективная масса, по Y, т	Эффективная масса, по Z, т	Модальное композитное затухание
1	14,67	2,33	183,16			4,1%
2	15,52	2,47		174,73		3,4%
3	22,28	3,54		0,57		4,0%
4	47,97	7,63	24,69			4,3%
5	61,047	9,71		30,6		4,7%
6	74,03	11,78				4,1%
7	81,90	13,03	6,35			4,2%
8	116,92	18,60		9,25		4,6%
9	117,77	18,74			241,39	20,0% (33%)
10	138,34	22,01				4,1%
11	150,39	23,93			3,00	3,5%
12	179,90	28,63		1,12		2,8%
13	191,90	30,40			1,28	4,4%
14	208,87	33,24			2,59	5,0%
15	247,46	39,38			5,12	6,7%
17	254,37	40,48	6,04			6,6%
18	266,93	42,48	35,03			20,0% (21%)
19	277,01	44,08				4,0%
20	282,81	45,01	1,41			4,9%
22	295,24	46,98		42,67		20,0% (28%)
70	618,72	98,473			0,17	4,5%

Из представленной таблицы видно, что первый тон собственных колебаний является доминирующим по оси X (эффективная масса составляет 70% от общей массы этажерки).

Второй тон является доминирующим по оси Y (эффективная масса составляет 66%), а девятый тон является доминирующим по оси Z (эффективная масса составляет 92%).

Всего в модальном анализе участвует 70 тонов собственных колебаний со значениями частот до 100 Гц, которые обеспечивают суммарную эффективную массу более 95% от общей массы этажерки в каждом направлении. Демпфирование в материале составляет $\xi=0,04$. Демпфирование в «грунтовых» пружинах соответствует таблице 1, а модальное композитное демпфирование, определяемое по формуле (10), соответствует таблице 2. Как видно из таблицы 2, для 9, 18 и 22 тонов колебаний модальное композитное демпфирование превосходит 20%, и поэтому оно было ограничено.

Далее проводился сравнительный анализ расчетов максимальных ускорений в характерных точках этажерки, (т.1, т.2, т.3, т.4), показанных на рисунке 1. Расчеты проводились методом прямого интегрирования (эталонное решение) и методом модальной суперпозиции. В расчетах методом прямого интегрирования и неклассическим методом модальной суперпозиции использовалось демпфирование по Релею:

$$[C]=\alpha[M]+\beta[K],$$

где $\alpha=2\xi\omega_1\omega_2/(\omega_1+\omega_2)=2\cdot 0,04\cdot 14,674\cdot 618,72/(14,674+618,72)=1,144$.

$\beta=2\xi/(\omega_1+\omega_2)=2\cdot 0,04/(14,674+618,72)=0,000126$.

В расчетах классическим методом модальной суперпозиции применялось модальное композитное затухание из таблицы 2. Результаты расчета максимальных ускорений приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Сравнение максимальных ускорений в характерных точках

Table 3 – Comparison of maximum accelerations at characteristic points

№ точки	Классический метод модальной суперпозиции	Неклассический метод модальной суперпозиции, (SIM– архитектура)	Метод прямого интегрирования	Погрешность SIM- архитектуры (%)	Погрешность классического модального метода (%)
т.1	$a_x=+0,1133$ $a_x=-0,1265$ $a_y=+0,1269$ $a_y=-0,1250$ $a_z=+0,1010$ $a_z=-0,0920$	$a_x=+0,1111$ $a_x=-0,1259$ $a_y=+0,1261$ $a_y=-0,1259$ $a_z=+0,0992$ $a_z=-0,0906$	$a_x=+0,1111$ $a_x=-0,1256$ $a_y=+0,1261$ $a_y=-0,1258$ $a_z=+0,1006$ $a_z=-0,0891$	0,0 0,2 0,1 0,0 1,3 1,6	1,9 0,7 0,6 0,6 0,5 3,2
т.2	$a_x=+0,2284$ $a_x=-0,2056$ $a_y=+0,2768$ $a_y=-0,2794$ $a_z=+0,1097$ $a_z=-0,0988$	$a_x=+0,3117$ $a_x=-0,3044$ $a_y=+0,4304$ $a_y=-0,3419$ $a_z=+0,1083$ $a_z=-0,0982$	$a_x=+0,3141$ $a_x=-0,3044$ $a_y=+0,4296$ $a_y=-0,3437$ $a_z=+0,1097$ $a_z=-0,0978$	0,7 0,0 0,1 0,5 1,2 0,3	27,2 32,4 35,5 18,7 0,0 1,0
т.3	$a_x=+0,4756$ $a_x=-0,4495$ $a_y=+0,5802$ $a_y=-0,5706$ $a_z=+0,1200$ $a_z=-0,1067$	$a_x=+0,5138$ $a_x=-0,4869$ $a_y=+0,7078$ $a_y=-0,6039$ $a_z=+0,1204$ $a_z=-0,1108$	$a_x=+0,5079$ $a_x=-0,4885$ $a_y=+0,7161$ $a_y=-0,6119$ $a_z=+0,1217$ $a_z=-0,1121$	1,1 0,3 1,1 1,3 1,0 1,1	6,3 7,9 18,9 6,7 1,3 4,8
т.4	$a_x=+0,1133$ $a_x=-0,1265$ $a_y=+0,1272$ $a_y=-0,1257$ $a_z=+0,0931$ $a_z=-0,1001$	$a_x=+0,1111$ $a_x=-0,1259$ $a_y=+0,1255$ $a_y=-0,1278$ $a_z=+0,0892$ $a_z=-0,09552$	$a_x=+0,1111$ $a_x=-0,1256$ $a_y=+0,1252$ $a_y=-0,1278$ $a_z=+0,0901$ $a_z=-0,0942$	0,0 0,2 0,2 0,0 0,9 1,5	1,9 0,7 1,5 1,6 0,3 6,1

Как видно из таблицы 3, расчеты неклассическим модальным методом хорошо согласуются с расчетами методом прямого интегрирования (погрешность по ускорениям составляет 1,6%). Результаты, полученные классическим модальным методом, имеют существенную погрешность – 35%, причем результаты носят неконсервативный характер.

Причина существенной погрешности состоит в неучете внедиагональных членов матрицы демпфирования в классическом модальном методе, и в существенном отличии демпфирования по Релею и модального композитного демпфирования.

Для усиления эффекта внедиагональных членов матрицы демпфирования были изменены качательные жесткости и демпфирования грунта следующим образом:

$K_{\phi x}=5,2 \cdot 10^6$ кН·м, $K_{\phi y}=1,4 \cdot 10^7$ кН·м, $C_{\phi x}=3,2 \cdot 10^5$ кН·с·м, $C_{\phi y}=5,3 \cdot 10^5$ кН·с·м. Кроме того, демпфирование в бетоне принималось 4%, а гистерезисное демпфирование в «грунтовых» пружинах – 2%. Результаты расчета по SIM-архитектуре сравнивались с расчетами по программе NX NASTRAN*(см. таблицу 4).

Таблица 4 – Сравнение максимальных ускорений в характерных точках

Table 4 – Comparison of maximum accelerations at characteristic points

№ точки	Неклассический метод модальной суперпозиции, (SIM– архитектура)	NX NASTRAN VERSION – 11.02 2017	Погрешность SIM- архитектуры (%)
т.1	$a_x=-0,1261$ $a_x=+0,1131$ $a_y=-0,1244$ $a_y=+0,1257$ $a_z=-0,0923$ $a_z=+0,0896$	$a_x=-0,1271$ $a_x=+0,1133$ $a_y=-0,1244$ $a_y=+0,1255$ $a_z=-0,0915$ $a_z=+0,0902$	0,8 0,2 0,0 0,1 0,9 0,6
т.2	$a_x=-0,1885$ $a_x=+0,2011$ $a_y=-0,1985$ $a_y=+0,1872$ $a_z=-0,0983$ $a_z=+0,0944$	$a_x=-0,1874$ $a_x=+0,1996$ $a_y=-0,2001$ $a_y=+0,1889$ $a_z=-0,0982$ $a_z=+0,0950$	0,6 0,8 0,8 0,9 0,1 0,7
т.3	$a_x=-0,3556$ $a_x=+0,3148$ $a_y=-0,2847$ $a_y=+0,2310$ $a_z=-0,1097$ $a_z=+0,1020$	$a_x=-0,3541$ $a_x=+0,3120$ $a_y=-0,2880$ $a_y=+0,2312$ $a_z=-0,1095$ $a_z=+0,1029$	0,4 0,9 1,2 0,1 0,1 0,9
т.4	$a_x=-0,1261$ $a_x=+0,1131$ $a_y=-0,1254$ $a_y=+0,1262$ $a_z=-0,1027$ $a_z=+0,1089$	$a_x=-0,1271$ $a_x=+0,1133$ $a_y=-0,1254$ $a_y=+0,1260$ $a_z=-0,1017$ $a_z=+0,1083$	0,8 0,2 0,0 0,2 1,0 0,5

*Расчеты по программе NASTRAN были представлены Dr.-Ing. Кульцепом А.В. из ЦКТИ ВИБРОСЕЙСМ.

Сравнительный анализ двух альтернативных методов, реализованных в различных программах, обеспечил точность расчетов 1,2 %.

С теоретической точки зрения неклассический метод модальной суперпозиции обеспечивает более реалистичные результаты, чем классический метод модальной суперпозиции, так как позволяет достоверно учитывать «грунтовой» демпфер. Также этот метод более реалистичен, чем метод прямого интегрирования, так как модальное композитное затухание, реализованное в нём, соответствует нормативным значениям, а демпфирование по Релею в методе прямого интегрирования обеспечивает слишком консервативные результаты из-за «провала» величин демпфирования на рабочих частотах.

В заключение отметим, что неклассический метод модальной суперпозиции, реализованный в SIM – архитектуре ПО ABAQUS, прошел аттестацию в регулирующих органах Ростехнадзора и может быть рекомендован для проведения динамических расчетов строительных конструкций АЭС взамен классического метода модальной суперпозиции.

Список литературы

1. МР 1.5.2.05.999.0025-2011. Расчет и проектирование сейсмостойких атомных станций.
2. ASCE 4-16. Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures, 2017.
3. Korotkov V.A., Ilyin K.A. Application of «Soil» Dashpots in Modal Method Analysis of Civil Structures of Nuclear Power Plants. 2011 SIMULIA Customer Conference, Barselona, Spain.

References

1. МР 1.5.2.05.999.0025-2011. Seismic analysis and design of NPPs.
2. ASCE 4-16. Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures, 2017.
3. Korotkov V.A., Ilyin K.A. Application of "Soil" Dashpots in Modal Method Analysis of Civil Structures of Nuclear Power Plants. 2011 SIMULIA Customer Conference, Barselona, Spain.

Данные об авторах / Informations about authors

Коротков Владимир Анатольевич, к.т.н., ведущий научный сотрудник отдела надежности строительных конструкций, ФБУ «Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности». Москва, Российская Федерация

Vladimir A. Korotkov, Ph. D., leading scientific expert, department of constructions reliability «Scientific and Engineering Centre for Nuclear and Radiation Safety». Moscow, Russian Federation

Кузьминов Александр Владимирович, старший научный сотрудник отдела надежности строительных конструкций, ФБУ «Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности». Москва, Российская Федерация

Alexander V. Kuzminov, senior scientific expert, department of constructions reliability «Scientific and Engineering Centre for Nuclear and Radiation Safety». Moscow, Russian Federation

Родин Павел Александрович, младший научный сотрудник отдела надежности строительных конструкций, ФБУ «Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности». Москва, Российская Федерация

Pavel A. Rodin, junior scientific expert, department of constructions reliability "Scientific and Engineering Centre for Nuclear and Radiation Safety". Moscow, Russian Federation